

برعاية معالي وزير التربية والتعليم
الأستاذ الدكتور/ رضا حجازي

وتوجيهات رئيس الادراة المركزية لتطوير المناهج

د/ أكرم حسن

شرح مبسط وتمارين متنوعة لمنهج الرياضيات

للصف الأول الثانوي

للعام الدراسي 2024/2023

لجنة الإعداد

أ/ عصام أبو سالم أ/ عمرو فاروق أ/ محمود عبده

لجنة المراجعة

أ/ عثمان مصطفي أ/ شريف البرهامي

إشراف علمي

مستشار الرياضيات
أ/ منال عزقول



فهرس الوحدة

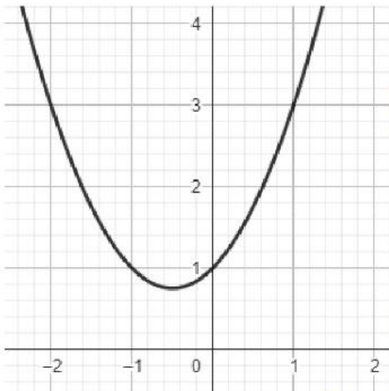
الوحدة الأولى : الجبر والعلاقات والدوال

الدرس الأول: حل معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد

تمهيد الدرس: سبق أن درست حل معادلة الدرجة الثانية جبريًا بطريقتين : بالتحليل أو باستخدام القانون العام والآن سوف ندرس حل معادلة الدرجة الثانية بيانيًا

مثال محلول (١): أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : $س^٢ + س + ١ = ٠$ بيانيًا

الحـــــــــل



حيث أن منحنى الدالة لايقطع محور السينات

المعادلة ليس لها حل في مجموعة الأعداد الحقيقية

∴ مجموعة الحل = $\emptyset$

تدريب (١): مثل العلاقة : ص = $س^٢ + ٤$ بيانًا ، ومن الرسم أوجد مجموعة حل المعادلة : $س^٢ + ٤ = ٠$

مثال محلول (٢): أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : $س^٢ + ١ = ٠$ جبريًا

الحـــــــــل

المعادلة : $س^٢ + ١ = ٠$ ⟸ $س^٢ = -١$

ليس لها حلول فى مجموعة الأعداد الحقيقية ∴ مجموعة الحل = $\emptyset$

تدريب (٢): أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : $س^٢ + ٤ = ٠$ جبريًا

مثال محلول (٣): أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : $س^٢ - ٤ س + ٥ = ٠$ باستخدام القانون العام

الحـــــــــل

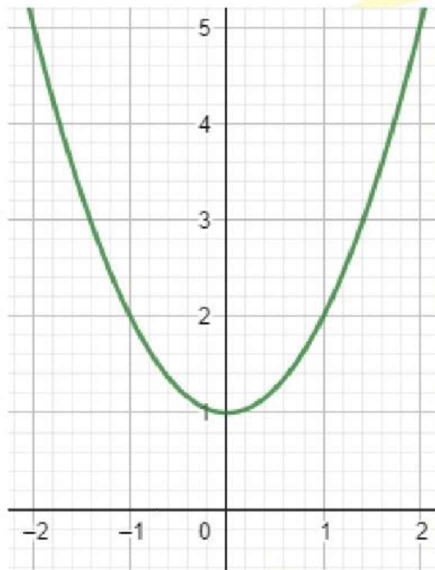
أ = ١ ، ب = −٤ ، جـ = ٥

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أجـ}}{٢أ} = \frac{٤ \pm \sqrt{١٦ - ٤ \times ١ \times ٥}}{٢} = \frac{٤ \pm \sqrt{-٤}}{٢}$$

المعادلة ليس لها حلول فى مجموعة الأعداد الحقيقية ∴ مجموعة الحل = Ø

تدريب (٣): أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : $٢س^٢ + ٣س + ٤ = ٠$ باستخدام القانون العام

حل تدريب (١):



مجموعة الحل = Ø

حل تدريب (٢):

$س^٢ + ٤ = ٠$ ⟸ $س^٢ = -٤$

مجموعة الحل = Ø

حل تدريب (٢):

المعادلة ليس لها حلول فى مجموعة الأعداد الحقيقية ∴ مجموعة الحل = Ø

تمارين على الدرس الأول

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) مجموعة حل المعادلة : $س^٢ = س$ في ح هي ....

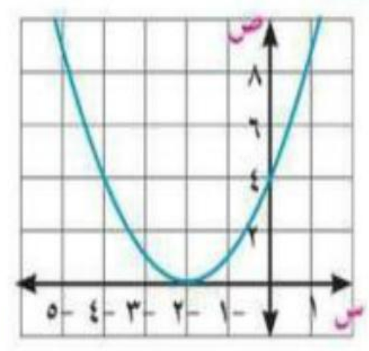
(أ) { ٠ } (ب) { ١ ، –١ } (جـ) { ١ } (د) { ٠ ، ١ }

(٢) مجموعة حل المعادلة : $س^٢ + ٣ = ٠$ في ح هي ....

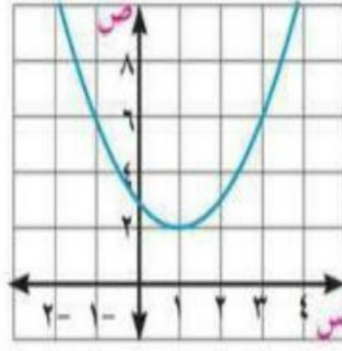
(أ) { –٣ } (ب) { – $\sqrt{٣}$ } (جـ) { $\sqrt{٣}$ } (د) Ø

(٣) يبين كل شكل من الأشكال الآتية الرسم البيانى لدالة من الدرجة الثانية :

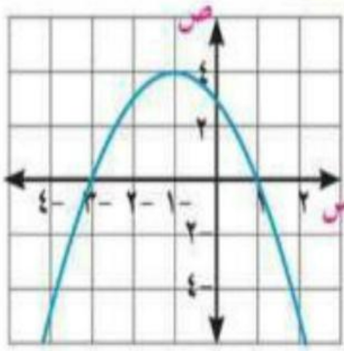
أوجد مجموعة الحل للمعادلة : د(س) = صفر في كل شكل.



شكل (١)



شكل (٢)



شكل (٣)

(٤) أوجد في ح مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

(أ) $س^٢ = ٣س + ٤٠$ (ب) $٢س^٢ = ٣ - ٥س$

(٥) حل المعادلات الآتية باستخدام القانون العام مقربًا الناتج لرقم عشرى واحد :

(أ) $٣س^٢ - ٦٥ = ٠$ (ب) $س^٢ - ٦س + ٧ = ٠$

إجابات تمارين على الدرس الأول

(١) { ٠ ، ١ }

(٢) Ø

(٣) شكل (١) { −٢ } شكل (٢) Ø شكل (٣) { −٣ ، ١ }

(٤) (أ) { ٨ ، −٥ } (ب) { $\frac{١}{٢}$ ، −٣ }

(٥) (أ) { ٤,٧ ، −٤,٧ } (ب) { ٤,٤ ، ١,٦ }

الدرس الثانى: مقدمة عن الأعداد المركبة

العدد التخيلى (ت) : هو العدد الذى مربعه = -1

ملخص الدرس : $ت^{2} = -1$ $ت^{3} = -ت$ $ت^{4} = 1$

وبوجه عام : $ت^{4ن} = 1$ $ت^{4ن+1} = ت$ $ت^{4ن+2} = -1$ $ت^{4ن+3} = -ت$ حيث : $ن \in ص$

مثال محلول (١) :

اختصر الى ابسط صورة : $ت^{6}$ ، $ت^{12}$ ، $ت^{17}$ ، $ت^{4ن-1}$

الحـــــــــــــل

$ت^{6} = ت^{4} \times ت^{2} = -1$ ، $ت^{12} = ت^{4} \times ت^{4} \times ت^{4} = 1$

$ت^{17} = ت^{16} \times ت = ت$ ، $ت^{4ن-1} = ت^{-1} = ت^{3} = -ت$

تدريب (١):

أوجد كلا مما يأتي في أبسط صورة : $ت^{24}$ ، $ت^{39}$ ، $ت^{-51}$ ، $ت^{4ن+29}$ ، $ت^{4ن+42}$

مثال محلول (٢): أوجد مجموعة حل المعادلة في مجموعة الأعداد المركبة : $س^{2} + 1 = 0$

الحـــــــــــــل

$س^{2} + 1 = 0$ ⟸ $س^{2} = -1$

$س^{2} = ت^{2}$ ⟸ $س = ت$ أو $-ت$ ⟸ مجموعة الحل = $\{-ت ، ت\}$

مثال محلول (٣): حل المعادلة الآتية في مجموعة الأعداد المركبة : $3 س^{2} + 12 = 0$

الحـــــــــــــل

$3 س^{2} + 12 = 0$ ⟸ $3 س^{2} = -12$

$س^2 = -4$ ⟸ $س = \pm\sqrt{4 ت^2}$ ⟸ س = ± ٢ ت

مجموعة الحل = { −٢ت ، ٢ت }

تدريب (٢):

(أ) أوجد مجموعة حل المعادلة في مجموعة الأعداد المركبة : $س^2 + 9 = 0$

(ب) أوجد مجموعة حل المعادلة في مجموعة الأعداد المركبة : $س^2 + 7 = 0$

العدد المركب: العدد المركب هو العدد الذى يمكن كتابته على الصورة : ع = س + ص ت

حيث : س ، ص ∈ ح ، $ت^2 = -1$

يسمى (س) بالجزء الحقيقى للعدد المركب ، يسمى (ص) بالجزء التخيلى للعدد المركب.

تساوى عددان مركبان :

س + ص ت = أ + ب ت ⟺ س = أ ، ص = ب

مثال محلول (٤) :

إذا كان : س + ت ص = ٢ ت فإن : س = ... ، ص = ...

الحـــــــــــل

س = صفر ، ص = ٢

مثال محلول (٥): أكمل :

إذا كان : (٤ س + ١) + ٤ ص ت = ٥ − ١٢ ت فإن : س = ... ، ص = ...

الحـــــــــــل

٤ س + ١ = ٥ ⟸ ٤ س = ٤ ⟸ س = ١

٤ ص = −١٢ ⟸ ص = −٣

تدريب (٣):

(أ) أوجد قيمتى أ ، ب اللتان تحققان المعادلة : (أ + ٣) − (ب − ١) ت = ٧ − ٩ ت ، ت^{٢} = −١

(ب) أوجد قيمتى أ ، ب اللتان تحققان المعادلة : ١٢ + ٣ أ ت = ٤ ب − ٢٧ ت ، ت^{٢} = −١

(جـ) أوجد قيمتى س ، ص اللتين تحققان المعادلة : (س −٣ ص) + (٢س + ص) ت = ٦ + ٥ ت

العمليات على الأعداد المركبة :

ملخص الدرس: يمكن استخدام خواص الابدال والتجميع والتوزيع عند جمع أو ضرب الأعداد المركبة كما توضح ذلك الأمثلة التالية.

مثال محلول (٦): اختصر الى ابسط صورة :

(١) (٤ + ٣ ت) + (٢ − ت)

(٢) (٣ + ٥ ت) − (٢ − ٣ ت)

(٣) (٤ + ٢ ت) (٤ − ٥ ت)

الحــــــــل

(١) (٤ + ٣ ت) + (٢ − ت) = ٤ + ٣ ت + ٢ − ت = ٦ + ٢ ت

(٢) (٣ + ٥ ت) − (٢ − ٣ ت) = ٣ + ٥ ت − ٢ + ٣ ت = ١ + ٨ ت

(٣) (٤ + ٢ ت) (٤ − ٥ ت) = ١٦ − ٢٠ ت + ٨ ت − ١٠ ت^{٢}

= ١٦ − ٢٠ ت + ٨ت + ١٠ = ٢٦ − ١٢ ت

تدريب (٤):

(١) ضع العدد المركب الآتى فى أبسط صورة : (٢٦ − ٤ ت) − (٩ − ٢٠ ت) ، ت^{٢} = −١

(٢) المقدار (−٤ ت) (−٦ ت) فى أبسط صورة = ...

(٣) (٤ − ٣ت) (٤ + ٣ ت) = ...

(٤) (٧ − ٥ت) (٢ + ٦ ت) = ...

العددان المترافقان :

ملخص الدرس: العددان المركبان **س + ص ت** ، **س − ص ت** يسميان بالعددان المترافقان

حيث : (س + ص ت) (س − ص ت) = س^{٢} + ص^{٢} ∋ ع

(س + ص ت) + (س − ص ت) = ٢س ∋ ع

مثال محلول (٧): ضع في أبسط صورة : (١ + ٢ ت) (١ − ٢ ت)

(١ + ٢ ت) (١ − ٢ ت) = ١ + ٤ = ٥

تدريب (٥): ضع في أبسط صورة : (٤ − ٣ت) (٤ + ٣ ت)

مثال محلول (٨): اختصر الى ابسط صورة : $ع = \frac{\text{٣+٢ ت}}{\text{٤+٣ ت}}$

الحـــــــــــل

$$ع = \frac{\text{٣+٢ ت}}{\text{٤+٣ ت}} \times \frac{\text{٤−٣ ت}}{\text{٤−٣ ت}} = \frac{\text{١٢−٩ ت + ٨ ت − ٦ ت}^{٢}}{\text{١٦+ ٩}} = \frac{\text{١٢−٩ ت + ٨ ت + ٦}}{\text{٢٥}}$$

$$= \frac{\text{١٨− ت}}{\text{٢٥}} = \frac{\text{١٨}}{\text{٢٥}} - \frac{\text{١}}{\text{٢٥}}\,\text{ت}$$

مثال محلول (٩): إذا كان : $س = \frac{\text{٢٦}}{\text{٥+ ت}}$ ، $ص = \frac{\text{٤+٦ ت}}{\text{١+ ت}}$ فاثبت أن : س ، ص مترافقان ثم

اوجد قيمة : س^{٢} + س ص + ص^{٢} ، س^{٢} ص + س ص^{٢}

الحـــــــــــل

$$س = \frac{\text{٢٦}}{\text{٥+ ت}} \times \frac{\text{٥ − ت}}{\text{٥ − ت}} = \frac{\text{٢٦(٥ − ت)}}{\text{٢٦}} = \text{٥ − ت}$$

$$ص = \frac{٤+٦ت}{١+ت} \times \frac{١-ت}{١-ت} = \frac{٤-٤ت+٦ت+٦}{٢} = \frac{١٠+٢ت}{٢} = ٥ + ت$$

∴ س ، ص مترافقان

- $س^٢ + س ص + ص^٢ = س^٢ + ٢ س ص + ص^٢ - س ص$

$= (س + ص)^٢ - س ص = ١٠٠ - ٢٦ = ٧٤$

- $س^٢ ص + س ص^٢ = س ص (س + ص) = ٢٦ \times ١٠ = ٢٦٠$

تدريب (٦): إذا كان : $س = \frac{١-٢ت}{١-٣ت}$ ، $ص = \frac{٢-ت}{٣-ت}$ فاثبت أن : س ، ص مترافقان.

حل تدريب (١): ١ ، –ت ، ت ، ت ، –١

حل تدريب (٢): (أ) { –٣ت ، ٣ت } (ب) { $-\sqrt{٧}$ ت ، $\sqrt{٧}$ ت }

حل تدريب (٣): ط

(أ) أ = ٤ ، ب = ١٠

(ب) أ = –٩ ، ب = ٣

(ج) س – ٣ص = ٦ ، ٢ س + ص = ٥

بحل المعادلتين : س = ٣ ، ص = –١

حل تدريب (٤): (١) ١٧ + ١٦ ت ، (٢) –٢٤ ، (٣) ٢٥ ، (٤) ٣٤ + ٣٢ ت

حل تدريب (٥): (٤ – ٣ت) (٤ + ٣ ت) = ١٦ + ٩ = ٢٥

حل تدريب (٦):

$س = \frac{٧}{١٠} + \frac{١}{١٠}ت$ ، $ص = \frac{٧}{١٠} - \frac{١}{١٠}ت$

س ، ص مترافقان

تمارين على الدرس الثانى

(١) أبسط صورة للعدد التخيلى : $ت^{٧٣}$ = ...

(٢) أبسط صورة للعدد التخيلى : $ت^{٤٣}$ = ...

(٣) (٢ + ٣ ت) − (١ − ٢ ت) = ...

(٤) (١ + ٢ $ت^{٣}$) (٢ + ٣ $ت^{٥}$ + ٤ $ت^{٦}$) = ...

(٥) إذا كان : س + ت ص = $\frac{٢}{١ + ت}$ فإن : س ص = ...

(٦) إذا كان : س = ٣ + ٢ ت ، ص = $\frac{٤ - ٢ت}{١ - ت}$ فاوجد : س + ص فى صورة عدد مركب

(٧) أبسط صورة للمقدار $(١ - ت)^{١٠}$ هى ....

(٨) أوجد قيمتى س ، ص اللتان تحققان المعادلة : $\frac{(٢ + ت)(٢ - ت)}{٢ + ٤ت}$ = س + ص ت

(٩) أوجد مجموعة حل المعادلة : $س^{٢}$ − س + ١ = ٠ فى مجموعة الأعداد المركبة.

(١٠) مستخدمًا القانون العام حل المعادلة : ٥ $س^{٢}$ − ٤ س + ١ = ٠ فى مجموعة الأعداد المركبة.

(١١) ١ + ت + $ت^{٢}$ + $ت^{٣}$ + $ت^{٤}$ = ...

أ) ١ + ت ب) −١ ج) ١ د) ٤

(١٢) $ت^{٨ن - ٣}$ = ...

أ) ت ب) − ت ج) -١ د) ١

(١٣) مرافق العدد : ٣ ت − ٤ هو ....

أ) ٣ ت + ٤ ب) − ٣ ت − ٤ ج) − ٣ ت + ٤ د) ٣ ت − ٤



(١٤) إذا كان : ١٢ + ٣س ت = ٤ن − ٢٧ ت فإن : س + ن = ...

أ) ١٢ ب) − ٩ جـ) -٦ د) ٦

(١٥) المعكوس الضربي للعدد : $\frac{١}{١ + ت}$ هو ....

أ) ت + ١ ب) − ت − ١ جـ) − ت + ١ د) ت − ١

اجابات تمارين على الدرس الثانى

(١) ت

(٢) − ت

(٣) ١ + ٥ ت

(٤) ٤ + ٧ ت

(٥) −١

(٦) ٦ + ٣ ت

(٧) − ٣٢ ت

(٨) $\frac{١}{٢}$ ، −١

(٩) $\frac{١}{٢} + \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ت ، $\frac{١}{٢} - \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ت

(١٠) $\frac{٢}{٥} + \frac{١}{٥}$ ت ، $\frac{٢}{٥} - \frac{١}{٥}$ ت

(١١) ١

(١٢) ت

(١٣) − ٣ ت − ٤

(١٤) −٦

(١٥) ت + ١

الدرس الثالث : تحديد نوع جذرى المعادلة التربيعية

ملخص الدرس: الصورة العامة لمعادلة الدرجة الثانية هى : أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠

حيث : أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية ، أ $\neq$ ٠

المميز = ب^{٢} − ٤ أ جـ

☜ إذا كان (المميز) ب^{٢} − ٤ أ جـ $>$ ٠ كان الجذران حقيقيان مختلفان.

☜ إذا كان (المميز) ب^{٢} − ٤ أ جـ = ٠ كان الجذران حقيقيان متساويان.

☜ إذا كان (المميز) ب^{٢} − ٤ أ جـ $<$ ٠ كان الجذران مركبان مترافقان (غيرحقيقيان).

مثال محلول (١): بين نوع الجذرين لكل من المعادلات الآتية دون حلها :

١) س^{٢} − ٤ س + ٢ = ٠

٢) س^{٢} − ١٢ س + ٣٦ = ٠

٣) ٤س^{٢} + ٧ س + ٥ = ٠

الحـــــــل

١) س^{٢} − ٤ س + ٢ = ٠

أ = ١ ، ب = −٤ ، جـ = ٢

المميز = ب^{٢} − ٤ أ جـ = ١٦ − ٨ = ٨ $>$ ٠ ∴ الجذران حقيقيان مختلفان

٢) س^{٢} − ١٢ س + ٣٦ = ٠

أ = ١ ، ب = − ١٢ ، جـ = ٣٦

المميز = ب^{٢} − ٤ أ جـ = ١٤٤ − ١٤٤ = صفر ∴ الجذران حقيقيان متساويان

٣) ٤س^{٢} + ٧ س + ٥ = ٠

أ = ٤ ، ب = ٧ ، جـ = ٥

المميز = ب^{٢} − ٤ أ جـ = ٤٩ − ٨٠ = − ٣١ ∴ الجذران مركبان (غيرحقيقيان).

تدريب (١): بين نوع الجذرين لكل من المعادلات الآتية :

١) $س^{٢} - ٧ س + ١٠ = ٠$

٢) $س^{٢} + ٥ س + ٣ = ٠$

٣) $٤س^{٢} - ١٢ س + ٩ = ٠$

مثال محلول (٢): أوجد قيمة ك التى تجعل جذرى المعادلة : $٣س^{٢} - ٦ س + ك = ٠$ متساويان.

الحــــــــل

أ = ٣ ، ب = − ٦ ، جـ = ك

$ب^{٢} - ٤ أ جـ = ٠$

٣٦ − ١٢ ك = ٠ ⇐ ١٢ ك = ٣٦ ⇐ ك = ٣

تدريب (٢): أوجد قيمة م التى تجعل جذرى المعادلة : $س^{٢} + م س + ٩ = ٠$ متساويان.

مثال محلول (٣): اثبت أن جذرى المعادلة : $٢ س^{٢} - ٣ س + ٢ = ٠$ مركبان (غير حقيقيين). ثم استخدم القانون العام لإيجادهما.

الحــــــــل

أ = ٢ ، ب = − ٣ ، جـ = ٢

المميز = $ب^{٢} - ٤ أ جـ = ٩ - ١٦ = -٧$ (سالب) ∴ الجذران مركبان (غيرحقيقيين)

$$س = \frac{- ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢ أ} = \frac{٣ \pm \sqrt{٩ - ١٦}}{٤} = \frac{٣ \pm \sqrt{-٧}}{٤}$$

الجذران هما : $\frac{٣}{٤} + \frac{\sqrt{٧}}{٤} ت$ ، $\frac{٣}{٤} - \frac{\sqrt{٧}}{٤} ت$

تدريب (٣):

(أ) اثبت أن جذرى المعادلة : $٧ س^{٢} - ١١ س + ٥ = ٠$ مركبان (غير حقيقيان). ثم استخدم القانون العام لإيجادهما.

مثال محلول (٤): إذا كان م عددًا نسبيًا فأثبت أن جذرى المعادلة : ٢٥ س^{٢} + ٥(م + ٣) س + ٣ م = ٠ نسبيان.

الحـــــــــــــل

أ = ٢٥ ، ب = ٥(م + ٣) ، جـ = ٣ م

المميز = ب^{٢} − ٤ أ جـ = ٢٥ (م^{٢} + ٦م + ٩) − ٤× ٢٥ × ٣ م

= ٢٥ م^{٢} + ١٥٠م + ٢٢٥ − ٣٠٠ م

= ٢٥ م^{٢} − ١٥٠م + ٢٢٥ = ٢٥(م^{٢} − ٦ م + ٩) = ٢٥ (م − ٣)^{٢}

المميز مربع كامل ∴ الجذران عددان نسبيان

تدريب (٣): إذا كان ل ، م عددان نسبيان ، فأثبت أن جذرى المعادلة : ل س^{٢} + (ل − م) س − م = ٠ عددان نسبيان.

حل تدريب (١): (١) الجذران مركبان (غير حقيقيان).

(٢) الجذران حقيقيان مختلفان.

(٣) الجذران حقيقيان متساويان.

حل تدريب (٢): م = ± ٦

حل تدريب (٣):

(أ) $\frac{١١}{١٤} + \frac{\sqrt{١٩}}{١٤}$ ت ، $\frac{١١}{١٤} - \frac{\sqrt{١٩}}{١٤}$ ت

حل تدريب (٤):

ب^{٢} − ٤أجـ = (ل − م)^{٢} + ٤ ل م

= ل^{٢} − ٢ ل م + م^{٢} + ٤ ل م = ل^{٢} + ٢ ل م + م^{٢} = (ل + م)^{٢}

المميز مربع كامل الجذران عددان نسبيان

تمارين على الدرس الثالث

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) يكون جذرى المعادلة : س^{٢} − ٤ س + ك = ٠ متساويين إذا كانت : ك = ...

(أ) ١ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ١٦

(٢) يكون جذرى المعادلة : س^{٢} − ٢س + م = ٠ حقيقيين مختلفين إذا كانت ....

(أ) م = ١ (ب) م > ١ (جـ) م < ١ (د) م = ٤

(٣) يكون جذرى المعادلة : ل س^{٢} − ١٢س + ٩ = ٠ مركبين (غيرحقيقيين) إذا كانت ....

(أ) ل = ٤ (ب) ل > ٤ (جـ) ل < ٤ (د) ل = ١

(٤) حدد نوع جذرى المعادلة : س^{٢} − ٢س + ٥ = ٠

(٥) حدد نوع جذرى المعادلة : س^{٢} − ١٠س + ٢٥ = ٠

(٦) إذا كان جذرا المعادلة : أ س^{٢} + ب = ٠ حقيقيين ومختلفين فإن ....

(أ) أ > صفر ، ب > صفر (ب) أ ب < صفر (جـ) أ ب > صفر (د) أ = صفر

(٧) إذا كان : أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠ وكان : أ جـ < صفر فإن جذرى المعادلة يكونان ....

(أ) حقيقيان متساويان (ب) حقيقيان مختلفان (جـ) مركبان مترافقان (د) نسبيان

(٨) إذا كان جذرى المعادلة : س^{٢} + ٤س + م = ٠ حقيقيين مختلفين فإن م ∈ ....

(أ) $]-\infty ، ٤[$ (ب) $]٤ ، \infty[$ (جـ) $]-\infty ، ٤]$ (د) $[٤ ، \infty[$

(٩) جذرا المعادلة : أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠ حقيقيين متساويين إذا كان : ب^{٢} = ...

(أ) ٢أ جـ (ب) أ جـ (جـ) ٤أ جـ (د) −٤أ جـ

(١٠) أوجد قيم ك التي تجعل للمعادلة : ك س^{٢} − ٤س + ٤ = ٠ جذرين مركبين (غيرحقيقيين).

اجابات تمارين على الدرس الثالث

(١) ٤

(٢) م > ١

(٣) ل < ٤

(٤) مركبان (غيرحقيقيان)

(٥) حقيقيان متساويان

(٦) أ ب > صفر

(٧) حقيقيان مختلفان

(٨)]−∞ ، ٤[

(٩) ٤أ جـ

(١٠) ك ∈]١ ، ∞[



الدرس الرابع: العلاقة بين جذري معادلة الدرجة الثانية ومعاملات حدودها

ملخص الدرس : بفرض أن جذرى المعادلة : أ $س^2$ + ب س + جـ = ٠ هما ل ، م

حيث : أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية ، أ ≠ ٠

☜ مجموع الجذرين = ل + م = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل س}^2}$ = $\frac{-\text{ب}}{\text{أ}}$

☜ حاصل ضرب الجذرين = ل م = $\frac{\text{الحد المطلق}}{\text{معامل س}^2}$ = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$

نتائج هامة :

(١) إذا كان أحد جذرى المعادلة معكوسًا جمعيًا للجذر الآخر فإن : معامل س = صفر أي (ب = صفر)

(٢) إذا كان أحد جذرى المعادلة معكوسًا ضربيًا للجذر الآخر فإن : أ = جـ

مثال محلول (١):

إذا كان ل ، م هما جذرا المعادلة : ٢$س^2$ + ٥س + ٣ = ٠ فإن : ل + م = ... ، ل م = ...

الحـــــــــل

ل + م = $\frac{-٥}{٢}$ ، ل م = $\frac{٣}{٢}$

تدريب (١):

إذا كان ل ، م هما جذرا المعادلة : ٣$س^2$ − ٧س + ١٣ = ٠ فإن : ل + م = ... ، ل م = ...

مثال محلول (٢): إذا كان أحد جذرى المعادلة : ٢$س^2$ + (أ − ٥) س + ١٣ = ٠ معكوسًا جمعيًا للجذر الآخر فإن : أ = ...

الحـــــــــل

أ − ٥ = ٠ ⟸ أ = ٥

تدريب (٢):

إذا كان أحد جذرى المعادلة س^{٢} + (أ − ٧) س − ٩ = ٠ معكوسًا جمعيًا للجذر الآخر فإن : أ = ...

مثال محلول (٣):

إذا كان أحد جذرى المعادلة : ٥س^{٢} + ٢٦ س + أ − ٢ = ٠ معكوسًا ضربيًا للجذر الآخر فإن : أ = ...

الحـــــــل

أ − ٢ = ٥ ⟸ أ = ٧

تدريب (٣): إذا كان أحد جذرى المعادلة : س^{٢} − ٥ س + ل − ٤ = ٠ معكوسًا ضربيًا للجذر الآخر فإن : ل = ...

مثال محلول (٤):

إذا كان أحد جذرى المعادلة : س^{٢} − ٣ م س + (٧ م − ٣) = ٠ يساوى ضعف الجذر الآخر أوجد قيمة م الصحيحة الموجبة.

الحـــــــل

نفرض أن جذري المعادلة هما : ل ، ٢ل

مجموع الجذرين = ٣ ل = ٣ م ⟸ م = ل

حاصل ضرب الجذرين = ٢ل^{٢} = ٧ م − ٣

٢م^{٢} = ٧ م − ٣ ⟸ ٢م^{٢} − ٧ م + ٣ = ٠

(٢م − ١) (م − ٣) = ٠ ⟸ م = $\frac{١}{٢}$ مرفوض ، م = ٣

تدريب (٤):

(١) أوجد قيمة ك التى تجعل أحد جذرى المعادلة : $س^٢ - ٦س + ك = ٠$ يساوى مربع الجذر الآخر.

(٢) إذا كان : س = ٣ أحد جذرى المعادلة : $٣س^٢ - ٢س - هـ = ٠$ فإن : هـ = ...

مثال محلول (٥):

إذا كان حاصل ضرب جذرى المعادلة : $٣س^٢ + ١٠ س - ل = ٠$ يساوى $\frac{-٨}{٣}$ فاوجد قيمة ل

الحــــــــــــل

$\frac{-ل}{٣} = \frac{-٨}{٣}$ ⟵ ل = ٨

تدريب (٥):

إذا كان مجموع جذرى المعادلة : $٢س^٢ + ب س - ٥ = ٠$ يساوى $\frac{-٣}{٢}$ فاوجد قيمة ب

مثال محلول (٦):

إذا كان : (١ + ت) هو أحد جذور المعادلة : $س^٢ - ٢س + ل = ٠$ حيث ل ∋ ح فاوجد :

(أ) الجذر الآخر (ب) قيمة ل

الحــــــــــــل

(أ) الجذر الآخر هو (١ − ت) لأن الجذران مترافقان ومجموعهما = ٢

(ب) حاصل ضرب الجذرين = ل

(١ + ت) (١ − ت) = ل ⟵ ل = ٢

تدريب (٦):

إذا كان : (٢ + ت) هو أحد جذور المعادلة : $س^٢ - ٤س + م = ٠$ حيث م ∋ ح فاوجد :

(أ) الجذر الآخر (ب) قيمة م

حل تدريب (١): $\frac{٧}{٣}$ ، $\frac{١٣}{٣}$

حل تدريب (٢): أ = ٧

حل تدريب (٣): ل = ٥

حل تدريب (٤): (١) ك = ٨ أو − ٢٧ (٢) ٢١

حل تدريب (٥): ب = ٣

حل تدريب (٦): (أ) الجذر الآخر = ٢ − ت (ب) م = ٥

تمارين على الدرس الرابع

أكمل مايأتى :

(١) إذا كان : س = $\sqrt{٥}$ أحد جذرى المعادلة : ٢س^{٢} − $\sqrt{٥}$ س − م = ٠ فإن : م = ...

(٢) إذا كان أحد جذرى المعادلة : ٢س^{٢} − (٧ − ب) س + ٤ = ٠ معكوسًا جمعيًا للجذر الآخر
فإن : ب = ...

(٣) إذا كان : س = ٣ أحد جذري المعادلة : س^{٢} + أ س − ١٢ = ٠
فإن : أ = ... ، الجذر الآخر = ...

(٤) إذا كانت النسبة بين جذري المعادلة : س^{٢} − ب س + ٤٨ = ٠ تساوى ٣ : ٤ فأوجد قيمة ب

(٥) إذا كان : ل ، ٢ − ل هما جذرا المعادلة : س^{٢} + ك س + ٦ = ٠ فإن : ك = ...

(أ) ١ (ب) −٢ (جـ) −٣ (د) ٥

(٦) أوجد قيمة م التي تجعل أحد جذرى المعادلة : س^{٢} + ٣ س + م = ٠ ضعف الجذر الآخر.

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(٧) إذا كان : (٢ + ت) هي أحد جذرى المعادلة : س^{٢} − ٤ س + جـ = ٠ فإن قيمة جـ = ...

(أ) ١٦ (ب) −١٦ (جـ) −٥ (د) ٥



(٨) إذا كان : ل ، م جذرا المعادلة : س^{٢} − (٣ − ب) س + ٢ = ٠ ، وكان : ل + م = ٧

فإن : ب = ...

(أ) ٤ (ب) −١٠ (جـ) −٤ (د) ١٠

(٩) إذا كان أحد جذرى المعادلة : س^{٢} − ٥ س + هـ = ٠ يزيد عن الجذر الآخر بمقدار ٣

فإن : هـ = ...

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٧

(١٠) إذا كان أحد جذرى المعادلة : ٢م س^{٢} + ٧ س + ١ + م^{٢} = ٠ معكوساً ضربياً للجذر الآخر

فإن : م = ...

(أ) −١ (ب) ١ (جـ) ± ١ (د) ٢

اجابات تمارين على الدرس الرابع

(١) ٥

(٢) ٧

(٣) ١ ، −٤

(٤) ± ١٤

(٥) − ٢

(٦) ٢

(٧) ٥

(٨) − ٤

(٩) ٤

(١٠) ١

تابع الدرس الرابع : تكوين المعادلة التربيعية متى علم جذراها

ملخص الدرس : إذا كان : ل ، م هما جذرى معادلة تربيعية.

فإن : المعادلة تكون علي الصورة : س^{٢} − (مجموع الجذرين) س + حاصل ضرب الجذرين = ٠

أي : س^{٢} − (ل + م) س + ل م = ٠

تذكر أن :

- ل^{٢} + م^{٢} = (ل + م)^{٢} − ٢ل م
- (ل − م)^{٢} = (ل + م)^{٢} − ٤ل م
- ل^{٢} م^{٢} = (ل م)^{٢}
- $\frac{١}{ل} + \frac{١}{م} = \frac{ل + م}{ل م}$
- ل^{٣} + م^{٣} = (ل + م) [(ل + م)^{٢} − ٣ ل م]

مثال محلول (١): كون المعادلة التربيعية التي جذراها ٣ + $\sqrt{٢}$ ، ٣ − $\sqrt{٢}$

الحـــــــــل

مجموع الجذرين = ٦

حاصل ضرب الجذرين = (٣ + $\sqrt{٢}$) (٣ − $\sqrt{٢}$) = ٩ − ٢ = ٧

المعادلة هي : س^{٢} − ٦ س + ٧ = ٠

تدريب (١): كون المعادلة التربيعية التي جذراها : ٧ + $\sqrt{٣}$ ، ٧ − $\sqrt{٣}$

مثال محلول (٢):

إذا كان ل ، م جذري المعادلة س^{٢} − ١٠ س + ك = ٠ وكان ل^{٢} + م^{٢} = ٨٠ فأوجد قيمة ك العددية.

الحـــــــــل

ل + م = ١٠ ، ل م = ك

$ل^٢ + م^٢ = ٨٠$ ⟸ $(ل + م)^٢ - ٢ل م = ٨٠$

$١٠٠ - ٢ك = ٨٠$ ⟸ $٢ك = ٢٠$ ⟸ $ك = ١٠$

مثال محلول (٣):

إذا كان ل ، م جذري المعادلة $٢س^٢ - ١٣س - ١١ = ٠$

أوجد المعادلة التي جذراها ل + ٣ ، م + ٣

الحـــــــــل

$ل + م = \frac{١٣}{٢}$ ، $ل م = \frac{-١١}{٢}$

مجموع الجذرين = $ل + م + ٦ = \frac{١٣}{٢} + ٦ = \frac{٢٥}{٢}$

حاصل ضرب الجذرين = $(ل + ٣)(م + ٣) = ل م + ٣ ل + ٣ م + ٩$

$= ل م + ٣ (ل + م) + ٩$

$= \frac{-١١}{٢} + ٣ \times \frac{١٣}{٢} + ٩ = ٢٣$

المعادلة هي : $س^٢ - \frac{٢٥}{٢} س + ٢٣ = ٠$ ⟸ $٢ س^٢ - ٢٥ س + ٤٦ = ٠$

تدريب (٢): إذا كان ل ، م جذري المعادلة $س^٢ - ٣ س - ٦ = ٠$ أوجد المعادلة التي جذراها :

ل + ٢ ، م + ٢

مثال محلول (٤):

إذا كان ل ، م جذري المعادلة $٢س^٢ + ٧س - ٤ = ٠$ أوجد المعادلة التي جذراها $\frac{ل}{م}$ ، $\frac{م}{ل}$

الحـــــــــل

$ل + م = -\frac{٧}{٢}$ ، $ل م = -٢$

مجموع الجذرين = $\frac{ل}{م} + \frac{م}{ل} = \frac{ل^٢ + م^٢}{ل م} = \frac{(ل + م)^٢ - ٢ ل م}{ل م} = - \frac{٦٥}{٨}$

حاصل ضرب الجذرين = $\frac{ل}{م} \times \frac{م}{ل} = ١$

المعادلة هى: $س^٢ - (- \frac{٦٥}{٨})$ س + ١ = صفر ⟸ ٨ $س^٢$ + ٦٥ س + ٨ = صفر

تدريب (٣):

إذا كان ل ، م جذري المعادلة $س^٢$ – ٣س – ٥ = ٠ أوجد المعادلة التي جذراها $\frac{ل}{م}$ ، $\frac{م}{ل}$

مثال محلول (٥):

إذا كان ل ، م جذري المعادلة $س^٢$ – ٧ س + ١٢ = ٠ أوجد المعادلة التي جذراها ($ل^٢$ + $م^٢$) ، (ل – م) حيث ل > م

الحـــــــــل

المعادلة يمكن تحليلها وإيجاد جذريها وهما ٣ ، ٤ ⟸ ل = ٤ ، م = ٣

مجموع الجذرين = ($ل^٢$ + $م^٢$) + (ل – م) = ٢٦

حاصل ضرب الجذرين = ($ل^٢$ + $م^٢$) (ل – م) = ٢٥

المعادلة هي : $س^٢$ – ٢٦ س + ٢٥ = صفر (على الطالب الحل بطريقة أخرى)

تدريب (٤):

إذا كان ل ، م جذري المعادلة : $س^٢$ – ٢ س – ٧ = ٠ أوجد المعادلة التي جذراها : $ل^٢$ ، $م^٢$

تدريب (٥):

إذا كان ل ، م جذري المعادلة $س^٢$ – ٢ س + ٣ = ٠ أوجد المعادلة التي جذراها :

$ل^٢$ م ، $م^٢$ ل

حل تدريب (١): المعادلة هي : $س^٢ - ١٤س + ٥٨ = ٠$

حل تدريب (٢): المعادلة هي : $س^٢ - ١٨س + ٤٩ = ٠$

حل تدريب (٣): المعادلة هي : $س^٢ - ٧س + ٤ = ٠$

حل تدريب (٤): المعادلة هي : $٥س^٢ + ١٩س + ٥ = ٠$

حل تدريب (٥): المعادلة هي : $س^٢ - ٦س + ٢٧ = ٠$

تمارين على تابع الدرس الرابع

(١) إذا كان ل ، م جذري المعادلة : $س^٢ - ٣ س - ٥ = ٠$ أوجد المعادلة التي جذراها ل + ٣ ، م + ٣

(٢) إذا كان ل ، م جذري المعادلة : $٢ س^٢ - ٦ س + ٣ = ٠$ أوجد المعادلة التي جذراها $\frac{ل}{م}$ ، $\frac{م}{ل}$

(٣) إذا كان ل ، م جذري المعادلة : $٢ س^٢ - س - ٣ = ٠$ حيث ل > م أوجد المعادلة التي جذراها

$ل + \frac{١}{٢}$ ، م + ٤

(٤) إذا كان ل ، م جذري المعادلة : $س^٢ - ٥ س + ٢ = ٠$ أوجد المعادلة التي جذراها $ل^٢$ ، $م^٢$

(٥) إذا كان ل ، م جذري المعادلة : $س^٢ - ٥ س + ٣ = ٠$ فأوجد بدون إستخدام الحاسبة القيمة العددية

لكل من : ☜ $ل^٢ + م^٢$ ☜ $\frac{٢}{ل} + \frac{٢}{م}$

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(٦) المعادلة التربيعية التي جذراها : ٣ ت ، - ٣ ت هي ....

(أ) $س^٢ - س + ٣ = ٠$ (ب) $س^٢ + س + ٩ = ٠$

(جـ) $س^٢ + ٩ = ٠$ (د) $س^٢ + ٦ ت = ٠$

(٧) إذا كان ل ، م جذري المعادلة : س^{٢} − ٥س + ٢ = ٠ فإن قيمة المقدار : م^{٢} − ٥م + ٢ تساوى ....

(أ) صفر (ب) −٤ (جـ) ١ (د) −١

(٨) إذا كان ل ، م جذري المعادلة : س^{٢} − ٧ س + ١٠ = ٠ حيث ل > م فإن : ل^{٢} − م^{٢} = ...

(أ) ٢١ (ب) ٦٣ (جـ) ٤٠$\sqrt{١٣}$ (د) ٩$\sqrt{٧}$

(٩) المعادلة التربيعية التي كل من جذريها يزيد بمقدار ٢ عن كل من جذرى المعادلة : س^{٢} −٣س +٢ =٠

هي ......

(أ) س^{٢} − ٣س + ٢ = ٠ (ب) س^{٢} + ٧س + ١٢ = ٠

(جـ) س^{٢} − ٧س + ١٢ = ٠ (د) س^{٢} − ٧س − ١٢ = ٠

(١٠) إذا كان ل ، م جذري المعادلة : ٢س^{٢} + ٣س − ١ = ٠ فإن : ٤ل^{٢} + ٦ل = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

اجابات تمارين على تابع الدرس الرابع

(١) س^{٢} − ٩ س + ١٣ = ٠

(٢) س^{٢} − ٤ س + ١ = ٠

(٣) س^{٢} − ٥ س + ٦ = ٠

(٤) س^{٢} − ٢١ س + ٤ = ٠

(٥) ٢١ ، $\frac{١٠}{٣}$

(٦) س^{٢} + ٩ = ٠

(٧) صفر

(٨) ٢١

(٩) س^{٢} − ٧س + ١٢ = ٠

(١٠) ٢

الدرس الخامس : إشارة الدالة

ملخص الدرس : المقصود ببحث إشارة الدالة هو تحديد قيم المتغير س (مجال س) التي تكون عندها قيم الدالة د على النحو الآتى:

موجبة أي : د(س) > ٠

سالبة أي : د(س) < ٠

مساوية للصفر : د(س) = ٠

أولًا : بحث الدالة الثابتة: الصورة العامة لها : د(س) = جـ حيث : جـ ≠ صفر

إشارة الدالة د مثل إشارة جـ لكل س ∈ ح

مثال محلول (١):

☜ إشارة الدالة : د (س) = ٧ موجبة لكل س ∈ ح

☜ إشارة الدالة : د (س) = −٣ سالبة لكل س ∈ ح

تدريب (١): إشارة الدالة د (س) = −٧ تكون .... لكل س ∈ ح

ثانيًا : إشارة الدالة الخطية: الصورة العامة لها : د(س) = ب س + جـ ، ب ≠ ٠

إشارة الدالة مثل إشارة ب عندما س > − جـ/ب
إشارة الدالة تخالف إشارة ب عندما س < − جـ/ب
د (س) = ٠ عندما س = − جـ/ب

مثال محلول (٢): إبحث إشارة الدالة : د (س) = ٣ س + ٦

الحـــــــــــــل

٣س + ٦ = ٠ ⟸ ٣س = − ٦ ⟸ س = −٢

إشارة الدالة موجبة عندما : س > −٢

إشارة الدالة سالبة عندما : س < −٢

د (س) = ٠ عندما : س = −٢

مثال محلول (٣): إبحث إشارة الدالة : د (س) = ٥ − س

الحـــــــــــل

٥ − س = ٠ ⇐ س = ٥

إشارة الدالة سالبة عندما : س > ٥

إشارة الدالة موجبة عندما : س < ٥

د (س) = ٠ عندما : س = ٥

تدريب (٢): أكمل مايأتى :

(١) الدالة د : د (س) = ٤س − ٤ تكون سالبة في الفترة ....

(٢) الدالة : ص = ٣ − س موجبة في الفترة ....

(٣) إذا كانت : د (س) = ٥ − س فإن : د (س) > ٠ لكل س ∈ ....

(٤) إذا كانت : د (س) = −٦س فإن : د (س) تكون موجبة عندما س ∈ ....

ثالثًا : إشارة الدالة التربيعية : الصورة العامة لها : د (س) = أس٢ + ب س + جـ

حيث : أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية ، أ ≠ ٠

☜ إذا كان الجذران حقيقيان مختلفان ل ، م وبفرض أن : ل < م

إشارة الدالة مثل إشارة أ عندما س ∈ ح − [ل ، م]

إشارة الدالة تخالف إشارة أ عندما س ∈] ل ، م [

د (س) = صفر عندما س ∈ { ل ، م }

مثال محلول (٤): إبحث إشارة الدالة د : د (س) = $س^٢$ − ٣س − ٤ موضحًا ذلك على خط الأعداد

الحـــــــــل

$س^٢$ − ٣ س − ٤ = ٠

(س − ٤) (س + ١) = ٠ ⟸ س = ٤ أ، س = −١

إشارة الدالة موجبة عندما س ∈ ح − [−١ ، ٤]

إشارة الدالة سالبة عندما س ∈] −١ ، ٤ [

د (س) = صفر عندما س ∈ { −١ ، ٤ }

س

مثال محلول (٥): إبحث إشارة الدالة د : د (س) = ٦ − س − $س^٢$ موضحًا ذلك على خط الأعداد

الحـــــــــل

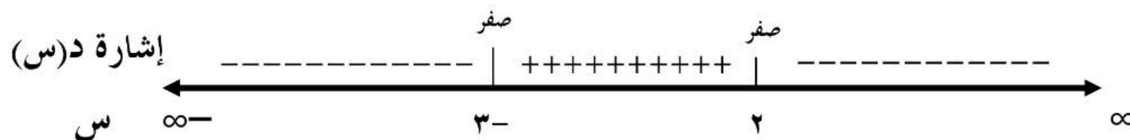
٦ − س − $س^٢$ = ٠

$س^٢$ + س − ٦ = ٠ ⟸ (س + ٣) (س − ٢) = ٠ ⟸ س = −٣ أ، س = ٢

إشارة الدالة سالبة عندما س ∈ ح − [−٣ ، ٢]

إشارة الدالة موجبة عندما س ∈] −٣ ، ٢ [

د (س) = صفر عندما س ∈ { −٣ ، ٢ }



تدريب (٣):

(١) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = $س^٢$ − ٤س + ٣ موضحًا ذلك على خط الأعداد.

(٢) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = ١٢ − ٥س − ٢$س^٢$ موضحًا ذلك على خط الأعداد.

(٣) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = ٣ − س^{٢} + ٢س موضحًا ذلك على خط الأعداد.

(٤) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = ٢س^{٢} + ٥س − ٣ موضحًا ذلك على خط الأعداد.

☜ **إذا كان الجذران حقيقيان متساويان (كل منهما يساوى ل) :**

إشارة الدالة مثل إشارة أ عندما س ≠ ل أو ح − { ل }

د (س) = صفر عندما س = ل

مثال محلول (٦): إبحث إشارة الدالة د : د (س) = س^{٢} − ٤س + ٤ موضحًا ذلك على خط الأعداد

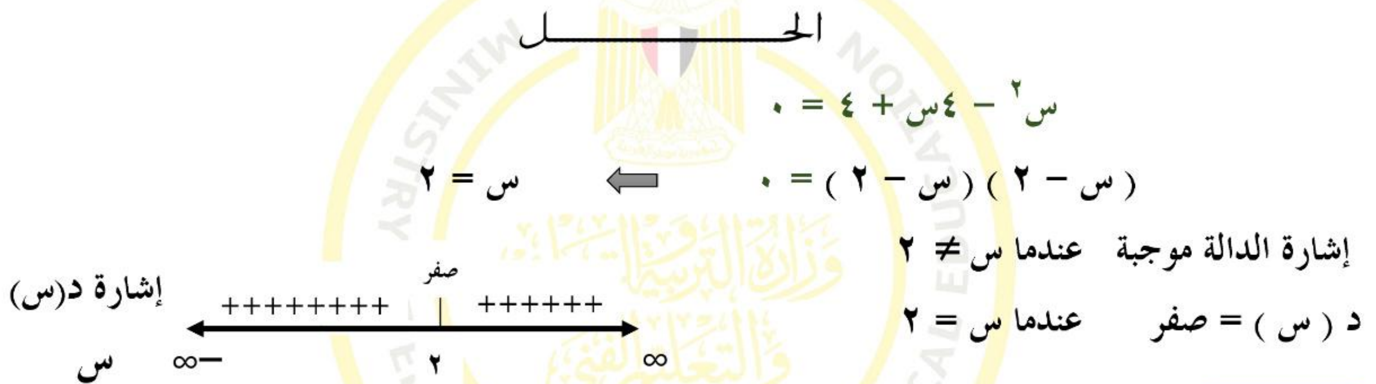
الحـــــــــل

س^{٢} − ٤س + ٤ = ٠

(س − ٢) (س − ٢) = ٠ ⇐ س = ٢

إشارة الدالة موجبة عندما س ≠ ٢

د (س) = صفر عندما س = ٢



تدريب (٤):

(١) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = −١ + ٢س − س^{٢} موضحًا ذلك على خط الأعداد.

(٢) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = س^{٢} − ٨س + ١٦ موضحًا ذلك على خط الأعداد.

☜ **إذا كان الجذران مركبان (غير حقيقيان) :**

إذا كان : ب^{٢} − ٤ أ جـ < ٠ فإنه لاتوجد جذور حقيقية وتكون إشارة الدالة مثل إشارة معامل س^{٢}

مثال محلول (٧): إبحث إشارة الدالة د : د (س) = س^{٢} − ٣س + ٥

الحـــــــــل

س^{٢} − ٣ س + ٥ = ٠

المميز = ب^{٢} − ٤ أ جـ = ٩ − ٢٠ = − ١١ < ٠

الجذران غير حقيقيان ⟸ إشارة الدالة موجبة

تدريب (٥):

(١) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = س^{٢} − ٤س + ٧

(٢) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = − س^{٢} − ٩

حل تدريب (١): سالبة

حل تدريب (٢):

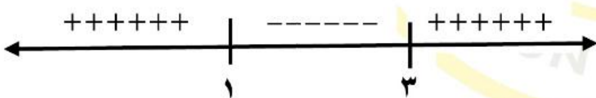
(١)]− ∞ ، ١[(٢)]− ∞ ، ٣[(٣)]− ∞ ، ٥[(٤)]− ∞ ، ٠[

حل تدريب (٣):

(١) إشارة الدالة <u>موجبة</u> عندما س ∈ ع − [١ ، ٣]

إشارة الدالة <u>سالبة</u> عندما س ∈]١ ، ٣[

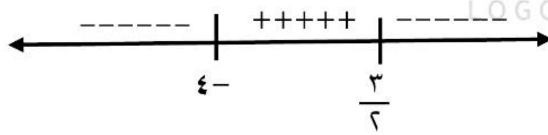
د (س) = صفر عندما س ∈ {١ ، ٣}



(٢) إشارة الدالة <u>سالبة</u> عندما س ∈ ع − [−٤ ، $\frac{٣}{٢}$]

إشارة الدالة <u>موجبة</u> عندما س ∈]−٤ ، $\frac{٣}{٢}$[

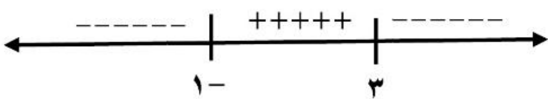
د (س) = صفر عندما س ∈ {−٤ ، $\frac{٣}{٢}$}



(٣) إشارة الدالة <u>سالبة</u> عندما س ∈ ع − [−١ ، ٣]

إشارة الدالة <u>موجبة</u> عندما س ∈]−١ ، ٣[

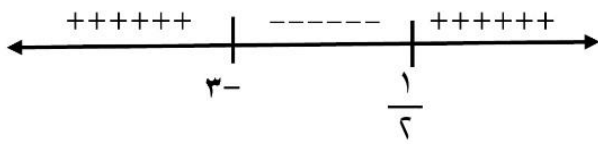
د (س) = صفر عندما س ∈ {−١ ، ٣}



(٤) إشارة الدالة **موجبة** عندما س ∈ ح − [−٣ ، $\frac{١}{٢}$]

إشارة الدالة **سالبة** عندما س ∈] −٣ ، $\frac{١}{٢}$ [

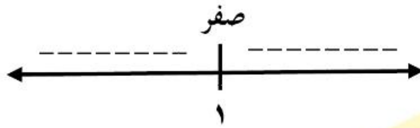
د (س) = صفر عندما س ∈ { −٣ ، $\frac{١}{٢}$ }



حل تدريب (٤):

(١) إشارة الدالة سالبة عندما س ≠ ١

د (س) = صفر عندما س = ١



(٢) إشارة الدالة موجبة عندما س ≠ ٤

د (س) = صفر عندما س = ٤



حل تدريب (٥):

(١) ب^{٢} − ٤ أ جـ < ٠ الجذران غير حقيقيان  إشارة الدالة موجبة

(٢) الجذران غير حقيقيان  إشارة الدالة سالبة

تمارين على الدرس الخامس

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إشارة الدالة د : د(س) = ٦ − ٢س تكون غير موجبة عند ....

(أ) س < ٣   (ب) س ≥ ٣   (جـ) س > ٣   (د) س ≤ ٣

(٢) الدالة د : د(س) = م لها إشارة .... دائماً

(أ) مثل إشارة م   (ب) تخالف إشارة م   (جـ) موجبة   (د) سالبة

(٣) الدالة د : د(س) = س^{٢} − ٤ سالبة لكل س ∈ ....

(أ) ح − [−٢ ، ٢]   (ب)] −٢ ، ٢ [(جـ)] −∞ ، −٤ [(د)] −∞ ، −٢ [

(٤) إشارة الدالة د : د(س) = ٩س + ب على ح تكون مثل إشارة ب إذا كان ....

(أ) ٩ = ب (ب) ٩ = صفر (جـ) ٩ > صفر (د) ٩ < صفر

(٥) الدالة د : د (س) = ٩س^{٢} + ب س + جـ يكون لها إشارة واحدة في ح عندما ....

(أ) ب^{٢} − ٤ ٩ جـ > صفر (ب) ب^{٢} − ٤ ٩ جـ < صفر

(جـ) ب^{٢} − ٤ ٩ جـ = صفر (د) ب^{٢} − ٤ ٩ جـ ≤ صفر

(٦) الفترة التي تكون فيها الدالة د : د (س) = س^{٢} − ٥س + ٦ موجبة هي ....

(أ) ح − [٢ ، ٣] (ب) ح −] ٢ ، ٣ [(جـ) ح − { ٢ ، ٣ } (د) [٢ ، ٣]

(٧) الدالة د : د (س) = (س −١) (س + ٣) تكون موجبة في الفترة ....

(أ) ح − [−٣ ، ١] (ب) ح −] −٣ ، ١ [(جـ)] −٣ ، ١ [(د)] −٣ ، ١]

(٨) أكمل : إذا كانت : د (س) = ٣ − ٢س فإن : د (س) تكون موجبة عندما ....

(٩) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = ٢س − س^{٢} + ٣ موضحًا ذلك على خط الأعداد.

(١٠) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = ٨ − ٢س − س^{٢}

اجابات تمارين على الدرس الخامس

(١) س ≤ ٣

(٢) مثل إشارة ٩

(٣)] −٢ ، ٢ [

(٤) ٩ = صفر

(٥) ب^{٢} − ٤ ٩ جـ < صفر

(٦) ح − [٢ ، ٣]

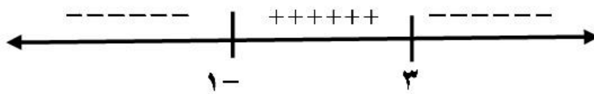
(٧) ح − [−٣ ، ١]

(٨) س < $\frac{٣}{٢}$

(٩) إشارة الدالة سالبة عندما س ∈ ح − [−١ ، ٣]

إشارة الدالة موجبة عندما س ∈] −١ ، ٣ [

د (س) = صفر عندما س ∈ { −١ ، ٣ }



(١٠) إشارة الدالة سالبة عندما س ∈ ح − [−٤ ، ٢]

إشارة الدالة موجبة عندما س ∈] −٤ ، ٢ [

د (س) = صفر عندما س ∈ { −٤ ، ٢ }

الدرس السادس: متباينات الدرجة الثانية فى مجهول واحد

ملخص الدرس :

لحل متباينات الدرجة الثانية فى مجهول واحد نتبع الآتى :

(١) نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة ص = د(س)

(٢) ندرس إشارة الدالة د المرتبطة بالمتباينة

(٣) تحديد مجموعة حل طبقًا للفترات التي تحققها

مثال محلول (١): أوجد فى ح مجموعة حل المتباينة : $س^٢ + ٢س - ٨ > ٠$

الحـــــــــل

$د(س) = س^٢ + ٢س - ٨$

$س^٢ + ٢س - ٨ = ٠$

(س + ٤) (س - ٢) = ٠

س = -٤ أ، س = ٢

إشارة الدالة موجبة عندما س ∈ ح - [-٤ ، ٢]

إشارة الدالة سالبة عندما س ∈] -٤ ، ٢ [

د (س) = صفر عندما س ∈ { -٤ ، ٢ }



م٠ح = ح - [-٤ ، ٢] أو م٠ح =]- ∞ ، - ٤[∪]٢ ، ∞[

مثال محلول (٢): أوجد فى ح مجموعة حل المتباينة : $٧ س + ١٥ \geq ٢س^٢$

$٧ س + ١٥ - ٢س^٢ \geq ٠$

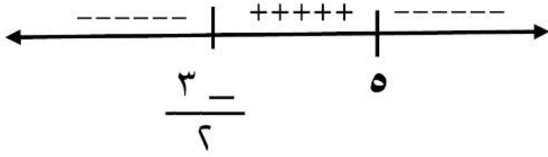
$د(س) = ٧ س + ١٥ - ٢س^٢$

$٢س^٢ - ٧س - ١٥ = ٠$

(٢س + ٣) (س − ٥) = ٠

س = − $\frac{٣}{٢}$ أ، س = ٥

إشارة الدالة سالبة عندما س ∈ ح − [− $\frac{٣}{٢}$ ، ٥]



إشارة الدالة موجبة عندما س ∈] − $\frac{٣}{٢}$ ، ٥ [

د (س) = صفر عندما س ∈ { − $\frac{٣}{٢}$ ، ٥ }

م٠ح = ح −] − $\frac{٣}{٢}$ ، ٥ [أو م٠ح =] − ∞ ، − $\frac{٣}{٢}$] ∪ [٥ ، ∞ [

تدريب (١):

(١) أوجد فى ح مجموعة حل المتباينة : س^{٢} − ٤س + ٤ ≥ ٠

(٢) أوجد فى ح مجموعة حل المتباينة : ٦س − س^{٢} − ٩ < ٠

(٣) أوجد فى ح مجموعة حل المتباينة : ٢س + س^{٢} + ٥ < ٠

حل تدريب (١):

(١) د(س) = س^{٢} − ٤س + ٤

س^{٢} − ٤س + ٤ = ٠

س = ٢



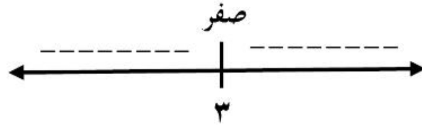
إشارة الدالة موجبة عندما س ≠ ٢

د (س) = صفر عندما س = ٢ ⟸ م٠ح = ح

(٢) د(س) = ٦س − س^{٢} − ٩

س^{٢} − ٦س + ٩ = ٠

س = ٣



إشارة الدالة سالبة عندما س ≠ ٣

د(س) = صفر عندما س = ٣

م٠ح = ح − { ٣ } أو م٠ح =]− ∞ ، ٣ [∪] ٣ ، ∞ [

(٣) د(س) = ٢س + $س^٢$ + ٥

$س^٢$ + ٢س + ٥ = ٠

الجذران مركبان ⟸ إشارة الدالة موجبة ⟸ م٠ح = ∅

تمارين على الدرس السادس

أوجد مجموعة حل المتباينات التربيعية الآتية في ح :

(١) $س^٢$ ≥ ٩

(٢) ٢س − $س^٢$ > ٠

(٣) $س^٢$ + ٥ ≥ ١

(٤) (س − ٢) (س − ٥) > ٠

(٥) $س^٢$ ≤ ٦س − ٩

(٦) س (س + ٢) − ٣ ≥ ٠

(٧) ٥ − ٢س ≥ $س^٢$

(٨) ٣$س^٢$ ≥ ١١س + ٤

(٩) $س^٢$ − ٨س + ١٦ ≤ ٠

(١٠) ٧ + $س^٢$ − ٤س > ٠

اجابات تمارين على الدرس السادس

(١) م٠ح = [−٣ ، ٣]

(٢) م٠ح = ح − [٠ ، ٢]

(٣) م٠ح = $\emptyset$

(٤) م٠ح =]٢ ، ٥[

(٥) م٠ح = ح

(٦) م٠ح = [−٣ ، ١]

(٧) م٠ح = ح −]−٣,٤ ، ١,٤[

(٨) م٠ح = [−$\frac{١}{٣}$ ، ٤]

(٩) م٠ح = ح

(١٠) م٠ح = $\emptyset$

تمارين عامة على الوحدة الأولى

أكمل العبارات الآتية :

(١) في المعادلة : س^{٢} + ٣ س − ٤ = ٠ حاصل ضرب الجذرين = ...

(٢) المعادلة التي جذراها ٣ ، ٢ هي ....

(٣) د(س) = س − ٣ تكون سالبة عندما س ∈ ....

(٤) إذا كان : س = ٢ أحد جذري المعادلة : م س^{٢} − ٥س + م = ٠ فإن : م = ...

(٥) إذا كان أحد جذري المعادلة : ٥ س^{٢} + (ك − ٣) س − ٩ = ٠ معكوس جمعي للجذر الآخر

فإن : ك = ...

(٦) إذا كان جذرى المعادلة : س^{٢} − ٨ س + جـ = ٠ متساويين فإن : جـ = ...

(٧) إذا كان جذري المعادلة : س^{٢} + ٣ س − ٥ = ٠ هما ل ، م فإن : ل^{٢} + م^{٢} = ...

(٨) المعادلة التربيعية التى جذراها (١ + ت) ، (١ − ت) حيث ت^{٢} = −١ هى ....

(٩) أبسط صورة للعدد التخيلى (ت^{٦٥}) هى ....

(١٠) مجموعة حل المتباينة : س^{٢} + ٣ س − ٤ ≥ ٠ فى ح هى ....

(١١) أبسط صورة للمقدار : (١ − ت)^{١٠} هى ....

(١٢) إذا كانت : ٣ س + ٢ ص ت − ٦ + ٤ س ت = ٠ فإن : (س ، ص) = ...

(١٣) إذا كان : ل ، م جذرا المعادلة : س^{٢} + ٤ س − ٣ = ٠ فكوّن المعادلة التي جذراها : ل + ٥ ، م + ٥

(١٤) إذا كان : ل ، م هما جذري المعادلة : ٢ س^{٢} + س − ٥ = ٠ فأوجد المعادلة التي جذراها $\frac{١}{ل}$ ، $\frac{١}{م}$

(١٥) إذا كان : ل ، م هما جذرا المعادلة : س^{٢} − ٧ س + ٣ = ٠ فأوجد المعادلة التي جذراها ٥ ل^{٢}، ٥ م^{٢}

(١٦) إذا كان : جذرا المعادلة ٢ س^{٢} + ٥ س = ٤ ك متساويين أوجد قيمة ك



(١٧) بين نوع جذرى المعادلة : س^{٢} + ٢ س + ٤ = ٠ ثم اوجد مجموعة الحل فى مجموعة الأعداد المركبة

(١٨) إبحث إشارة الدالة : د(س) = ٦ + ٥س − س^{٢} فى ح ،

ثم اوجد مجموعة الحل للمتباينة : د(س) > ٠

(١٩) أوجد قيمتى س ، ص إذا كان : $\frac{(٢ - ت)(٢ + ت)}{٣ + ٤ت}$ = س + ص ت

(٢٠) أوجد فى أبسط صورة : (٥ − ت)^{٢} − (٢ + ت) (٣ + ٢ ت)

اجابات تمارين عامة على الوحدة الأولى

(١) −٤

(٢) س^{٢} − ٥س + ٦ = ٠

(٣)]−∞ ، ٣]

(٤) ٢

(٥) ٣

(٦) ١٦

(٧) ١٩

(٨) س^{٢} − ٢س + ٢ = ٠

(٩) ت

(١٠) [−٤ ، ١]

(١١) −٣٢ ت

(١٢) (٢ ، −٤)

(١٣) س^{٢} − ٦س + ٢ = ٠

(١٤) ٥س^{٢} − س − ٢ = ٠

(١٥) س^{٢} − ٢١٥س + ٢٢٥ = ٠

(١٦) $-\frac{٢٥}{٣٢}$

(١٧) الجذران مركبان ،

م٠ح = { −١ + $\sqrt{٣}$ ت ، −١ − $\sqrt{٣}$ ت }

(١٨) سالبة عندما س ∈ ح − [−١ ، ٦]

موجبة عندما س ∈]−١ ، ٦ [

د(س) = صفر عندما س ∈ { −١ ، ٥ }

م٠ح =]−١ ، ٦ [

(١٩) س = $\frac{٣}{٥}$ ، ص = $-\frac{٤}{٥}$

(٢٠) ٢٠ − ١٧ت

اختبار (١) على الوحدة الأولى

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

(١) جذرا المعادلة : ب س^{٢} − أ س + جـ = ٠ يكونان عددان مركبان إذا كان ....

(أ) ب^{٢} − ٤ أ جـ > ٠　　(ب) أ^{٢} − ٤ب جـ > ٠

(جـ) جـ^{٢} − ٤ب أ < ٠　　(د) ب^{٢} − ٤ أ جـ < ٠

(٢) المعادلة التربيعية التى جذراها (٣ − ت) ، (٣ + ت) هى ....

(أ) س^{٢} − ٦س − ١٠ = ٠　　(ب) س^{٢} − ٦س + ١٠ = ٠

(جـ) س^{٢} + ٦س − ١٠ = ٠　　(د) س^{٢} + ٦س + ١٠ = ٠

(٣) إذا كان : د(س) = ٤ − ٢س　فإن إشارتها تكون سالبة فى الفترة ....

(أ)] ٢ ، ∞ [　　(ب)] ٢ ، ٤ [　　(جـ) [٢ ، ٤]　　(د) [−٢ ، ∞ [

(٤) مجموعة حل المعادلة : س^{٢} + ٢٥ = ٠　فى ك هى ....

(أ) { ٥ ، −٥ }　　(ب) { −٣ ت }　　(جـ) { ٥ ت ، −٥ ت }　　(د) ∅

(٥) ١ + ت + ت^{٢} + ت^{٣} + ت^{٤} + ... + ت^{١٦} = ...

(أ) ت　　(ب) ١　　(جـ) ١٦　　(د) ٤

(٦) إذا كان جذرا المعادلة : ٤ س^{٢} − ١٢س + جـ = ٠　حقيقيان متساويان

فإن : جـ = ...

(أ) ٣　　(ب) ١٤٤　　(جـ) ١٦　　(د) ٩

(٧) مرافق العدد (ت − ت^{٢}) = ...

(أ) ١ − ت　　(ب) ١ + ت　　(جـ) − ت −١　　(د) ت −١



(٨) إذا كان أحد جذرى المعادلة : س^{٢} − (٢ب − ١٨) س − ٥ = ٠ معكوسًا جمعيًا للآخر

فإن ب = ...

(أ) −٥ (ب) ٩ (جـ) ٥ (د) −٩

(٩) إذا كان جذرا المعادلة : س^{٢} + ٤س + ك = ٠ حقيقيين فإن : ك ∈ ....

(أ) [٤ ، ∞ [(ب)] ٤ ، ∞ [(جـ)] −∞ ، ٤] (د)] −∞ ، ٤ [

(١٠) إذا كان : (١ + ت^{٤}) (١ − ت^{٧}) = س + ت ص فإن : س + ص = ...

(أ) ٤ (ب) ٣ (جـ) −٣ (د) ١

(١١) مجموعة حل المتباينة : س (س − ٢) ≤ ٠ فى ح هى ....

(أ) { ٠ ، ٢ } (ب) [٠ ، ٢] (جـ) ح − [٠ ، ٢] (د) ح −] ٠ ، ٢ [

(١٢) إذا كان أحد جذرى المعادلة : أ س^{٢} + ٢س + ٥ = ٠ معكوسًا ضربيًا للجذر الآخر

فإن : أ = ...

(أ) −٥ (ب) −٢ (جـ) ٢ (د) ٥

(١٣) إذا كان : ١ + ت أحد جذرى المعادلة : س^{٢} − ٢س + جـ = ٠ حيث جـ ∈ ح

فإن : جـ = ...

(أ) −٥ (ب) −٢ (جـ) ٤ (د) ٢

(١٤) الدالة د : د(س) = أ س^{٢} + ب س + جـ يكون لها إشارة واحدة فى ح عندما ....

(أ) ب^{٢} − ٤ أ جـ < ٠ (ب) ب^{٢} − ٤ أ جـ ≥ ٠

(جـ) ب^{٢} − ٤ أ جـ = ٠ (د) ب^{٢} − ٤ أ جـ ≤ ٠

(١٥) (١ + ت) (١ + ت^{٢}) (١ + ت^{٣}) (١ + ت^{٤}) (١ + ت^{٥}) = ...

(أ) ٢ (ب) −١ (جـ) ١ (د) صفر

اجابات اختبار (١) على الوحدة الأولى

(١) أ^{٢} − ٤ب جـ < ٠

(٢) س^{٢} − ٦س + ١٠ = ٠

(٣) [٢ ، ∞]

(٤) { ٥ ت ، −٥ ت }

(٥) ١

(٦) ٩

(٧) ١ − ت

(٨) ٩

(٩) [−∞ ، ٤ [

(١٠) ٤

(١١) ح − [٠ ، ٢]

(١٢) ٥

(١٣) ٢

(١٤) ب^{٢} − ٤ أ جـ < ٠

(١٥) صفر

اختبار (٢) على الوحدة الأولى

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

(١) ت$^{-١٣}$ = ...

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) ت (د) −ت

(٢) إذا كان : س + ص ت = $\frac{٣ + ت}{ت}$ فإن : س + ص = ...

(أ) ٢ (ب) −١ (جـ) ١ (د) −٢

(٣) إذاكان : س = ٢ أحد جذرى المعادلة : س^{٢} + ٢س + ك = ٠ فإن الجذر الآخر هو ....

(أ) ٨ (ب) −٤ (جـ) ٤ (د) −٨

(٤) إذا كان جذرا المعادلة : أ س^{٢} − ١٢س + ٩ = ٠ غير حقيقيان فإن : أ تكون ....

(أ) < ٤ (ب) > ٤ (جـ) = ٤ (د) = ١

(٥) مجموع جذرى المعادلة : س (س − ٥) = ٦ هو ....

(أ) ٥ (ب) −٥ (جـ) ٦ (د) −٦

(٦) المعادلة التربيعية التي جذراها : ٣ ت ، −٣ ت هي ....

(أ) س^{٢} + ٩ = ٠ (ب) س^{٢} − ٩ = ٠ (جـ) س^{٢} + ٣ = ٠ (د) س^{٢} − ٣ = ٠

(٧) إذا كان : ل ، م هما جذرا المعادلة : س^{٢} − ٣س + ٧ = ٠ فإن : المعادلة التي جذراها ل + م ، ل م هى ....

(أ) س^{٢} − ١٠س + ٢١ = ٠ (ب) س^{٢} + ١٠٦س − ٢١ = ٠

(جـ) س^{٢} − ١٠س − ٢١ = ٠ (د) س^{٢} + ١٠س + ٢١ = ٠

(٨) إذا كان : ٢س − ٣ < ١ فإن : ٣س ∈ ....

(أ)]−∞ ، ٦[(ب) [−∞ ، ٦] (جـ) [−∞ ، −٦] (د)]−∞ ، −٦[



(٩) إشارة الدالة : د(س) = ٢س − ٨ تكون موجبة عندما س ∈ ....

(أ) [٤ ، ∞[(ب) [−٤ ، ∞[(جـ)]٤ ، ∞[(د)]−٤ ، ∞[

(١٠) مجموعة حل المتباينة : $س^٢ <$ صفر هى ....

(أ) ∅ (ب) ح − {٠} (جـ) $ح^+$ (د) $ح^-$

(١١) إذا كان : (٢ + ت) (٣ + ٢ت) = س + ص ت فإن : س ص = ...

(أ) ١٤ (ب) −٢٨ (جـ) ٢٨ (د) −١٤

(١٢) إذا كان : جذرا المعادلة : $٤س^٢$ − ١٢س + ك = ٠ حقيقيان متساويان. فإن : ك = ...

(أ) ٩ت (ب) −٩ت (جـ) ٩ (د) −٩

(١٣) إذا كان : ل ، م هما جذرا المعادلة : $٢س^٢$ − ٣س − ٥ = ٠ فإن : $(ل − م)^٢$ = ...

(أ) ٤٩ (ب) $\frac{٤٩}{٤}$ (جـ) $\frac{٧}{٢}$ (د) ٤

أجب عن الأسئلة الآتية :

(١٤) كون المعادلة التربيعية التي كل من جذريها ضعف كل من جذرى المعادلة : $س^٢$ − ٢س + ٩ = ٠

(١٥) إبحث إشارة الدالة : د(س) = $س^٢$ − ٤

اجابات اختبار (٢) على الوحدة الأولى

(١) – ت

(٢) –٢

(٣) –٤

(٤) > ٤

(٥) ٥

(٦) س^{٢} + ٩ = ٠

(٧) س^{٢} – ١٠س + ٢١ = ٠

(٨)]–∞ ، ٦]

(٩)]٤ ، ∞[

(١٠) ∅

(١١) ٢٨

(١٢) ٩

(١٣) $\frac{٧}{٢}$

(١٤) س^{٢} – ٤س + ٣٦ = ٠

(١٥) إشارة الدالة موجبة عندما س ∈ ح – [–٢ ، ٢]

إشارة الدالة سالبة عندما س ∈]–٢ ، ٢[

د (س) = صفر عندما س ∈ {–٢ ، ٢}